Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Circuit RC (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM

Dipôle RC

Association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

Condensateur :

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, Placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.

Relation charge-tension.

$$Q = C.U$$

C : capacité du condensateur (F), Q : charge du condensateur (C), U : tension (V)

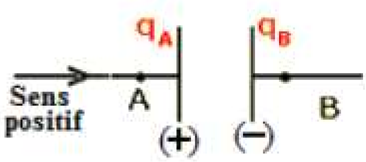
Millifarad	Microfarad	Nanofarad	Picofarad
$1mF=10^{-3}F$	$1\mu F=10^{-6}F$	$1nF=10^{-9}F$	$1pF=10^{-12}F$

Expression de l'intensité.

L'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

Courant continu	Courant variable
$I = \dfrac{Q}{\Delta t}$	$i = \dfrac{dq}{dt}$ avec $q=C.U_c$ d'où $i = C.\dfrac{dU_c}{dt}$

Sens conventionnel du courant

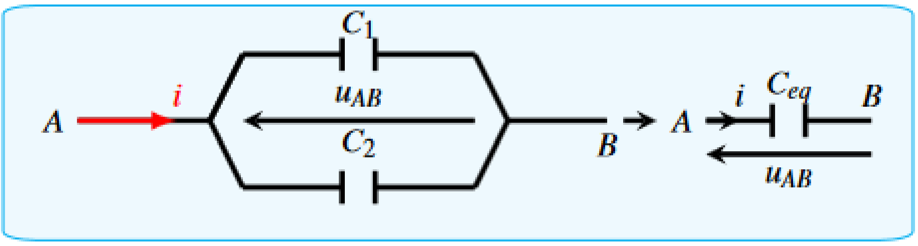


Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive

Association des condensateurs

1- Association en parallèle

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Circuit RC (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / $1^{ère}$ et $2^{ème}$ Bac International SM



$$C = C_1 + C_2$$

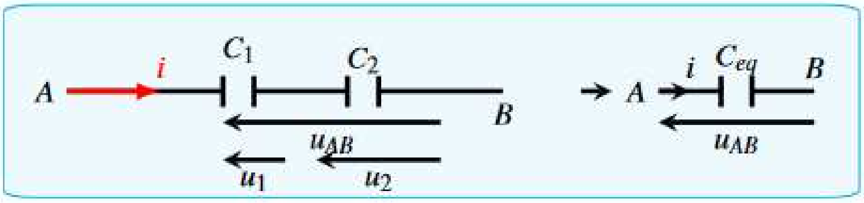
Démonstration (les deux condensateurs sont à la même tension)

$q_1=C_1V$ et $q_2=C_2V$ $Q= q_1 + q_2$ $Q=C_{eq}V$ $q_1 + q_2 = C_{eq}V$ $C_1V + C_2V = C_{eq}V$

$$\boxed{C = \Sigma C_i}$$

L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente supérieure à la plus grande d'entres elles.

2- Association en série



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{et} \quad C = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$$

Démonstration:

$q=C1V1$ et $q=C2V2$ c'est la même charge qui traverse les deux condensateurs

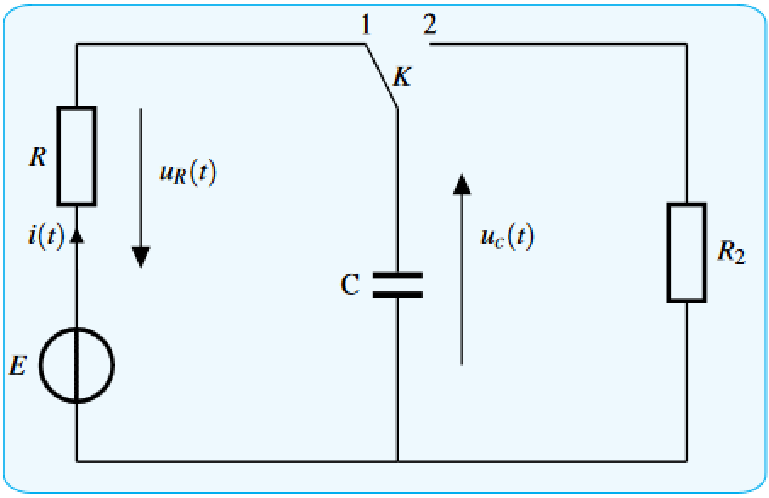
$q=C_{eq}V$ avec $V = V1+ V2$.....

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \ldots + \frac{1}{C_n}$$

L'intérêt de l'association en série des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente inferieure à la plus petite d'entre elles.

<u>Charge d'un condensateur</u>

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Circuit RC (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM



En appliquant la loi d'additivité des tensions

$U_R + U_C = E$

La charge qui traverse la résistance et la même qui traverse le condensateur

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$$

$$\mathbf{U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = E}$$

$$\mathbf{q + R.C.\frac{dq}{dt} = E.C}$$

On considère $U_c(t)$ comme variable et la solution de l'équation différentielle est

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

1- Pour déterminer les constantes, on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dUc(t)}{dt} = A.\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = E : \text{équation différentielle vérifiée par Uc}$$

$$A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R.C.\left(-\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \quad \text{et} \quad A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R.C.A.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad \mathbf{A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - R.C.\frac{1}{\tau}\right) + B = E}$$

$$\underline{\mathbf{B = E}} \text{ et } \left(\mathbf{1 - R.C.\frac{1}{\tau}}\right) = \mathbf{0} \text{ d'où } \underline{\mathbf{\tau = R.C}}$$

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Circuit RC (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM

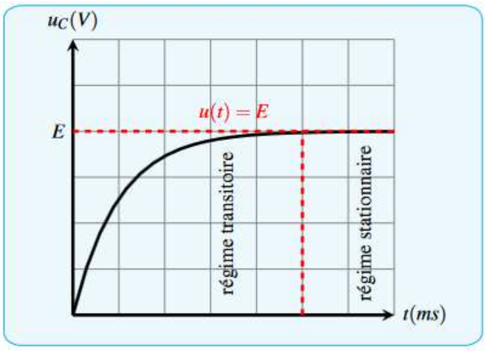
2- Déterminer la constante A par les conditions initiales

à t=0 la tension Uc(0)= 0 , on remplace dans l'équation horaire et on obtient

A= -B = -E

$$\boxed{Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

Courbe Uc=f(t)



Détermination de la constante du temps

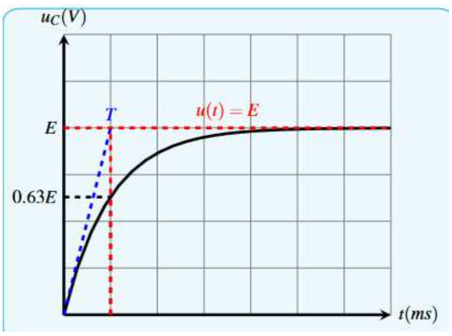
C'est une grandeur qui détermine la vitesse avec laquelle la charge et la décharge va se faire

1- Première méthode : On utilise la solution de l'équation différentielle :

$u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$

τ est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée $0,63E$

2- Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant t=0



Question: Pourquoi la tangente à la courbe en "0" touche la droite y=E en τ ???

Démonstration $U_c'(t) = E/\tau\ e^{-t/\tau}$ l'équation de la droite tangente au point d'abscisse 0 est

$Y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$ $= E/\tau * t$ Cette droite rencontre la droite y=E au point d'abscisse t= τ

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Circuit RC (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM

Unité de la constante du temps

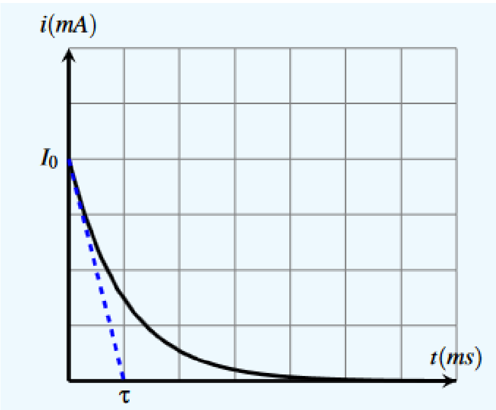
D'après l'équation des dimensions , on a $[\tau] = [R].[C]$

d'autre part $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$ et $[C] = \dfrac{[I]}{[U]}.[t]$ donc $\boxed{[\tau] = [t]}$

La grandeur τ a une dimension temporelle , son unité dans SI est le seconde (s) .

Expression de l'intensité du courant de charge

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} \qquad \boxed{i(t) = \frac{E}{R_1}e^{-t/\tau}}$$



<u>Décharge d'un condensateur</u>

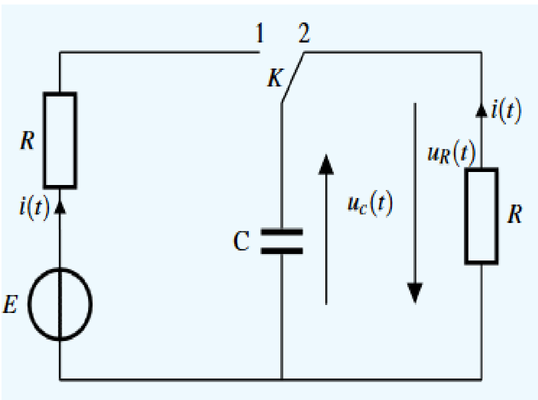


figure 4

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = 0$ et les transitions

$$U_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{dU_c}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

<u>Variable Uc:</u>

$$U_c + R.C.\frac{dU_c}{dt} = 0$$

<u>Variable q:</u>

$$\frac{q}{C} + R.\frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{Ou} \quad q + R.C.\frac{dq}{dt} = 0$$

On considère $U_c(t)$ comme variable et la solution de l'équation différentielle est

$$\mathbf{Uc(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B}$$

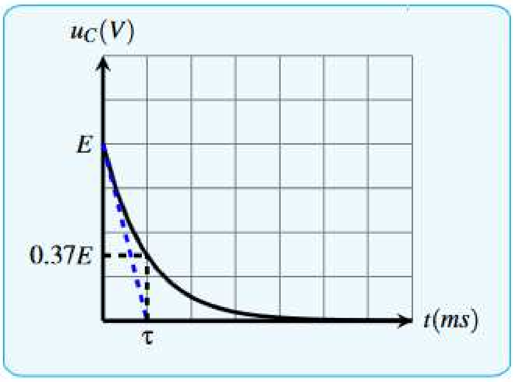
Après détermination des constantes par identification (voir la charge plus haut) on obtient <u>$B = 0$</u> et <u>$\tau = R.C$</u>

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Circuit RC (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM

$$\mathbf{Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

A t=0 on a Uc=E donc A=E

<u>Courbe Uc=f(t)</u>



Détermination de la constante du temps

Première méthode :
On utilise la solution de l'équation $u_C(V)$
différentielle :
$u_C(t=\tau) = Ee^{-1}) = 0,37E$
Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant t=0 . On a :

Voir démonstration plus haut

Expression de l'intensité du courant de charge (Ur=-Uc) =>

$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

Energie électrique stockée dans un condensateur.

$$\boxed{\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$$

E_e s'exprime en joule (J) avec C en farad (F), u_C en volt (V) et q en coulomb (C) .