Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Lois de Newton (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM

Isaac Newton est un mathématicien, physicien, philosophe, alchimiste, astronome et théologien anglais, puis britannique.

Figure emblématique des sciences, il est surtout reconnu pour avoir fondé la mécanique classique, pour sa théorie de la gravitation universelle.

En optique, il a développé une théorie de la couleur fondée sur l'observation selon laquelle un prisme décompose la lumière blanche en un spectre visible. Il a aussi inventé le télescope à réflexion, il est décédé le 31 mars 1727

1- Compléments mathématiques

En mécanique classique un point matériel est localisé à tout instant par son **vecteur position** dont les composantes selon les axes ox, oy, oz sont des fonctions du temps.

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Le vecteur vitesse instantanée en un point M a les caractéristiques suivantes

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \begin{cases} \text{Origine :} & \text{Le point } M \\ \text{Direction :} & \text{La tangente à la trajectoire au point } M \text{à la date } t \\ \text{sens :} & \text{Celui de mouvement à cet instant} \\ \text{norme :} & \text{La valeur positive} \|\vec{v}\| = v \end{cases}$$

$$\overrightarrow{V} \begin{cases} V_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} \\ V_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} \\ V_z(t) = \dfrac{dz(t)}{dt} \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t^2}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

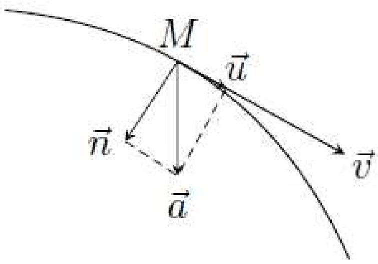
$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

3- Vecteur accélération et base de Frenet

Le mobile ponctuel M décrit une trajectoire que nous supposerons plane.

Le vecteur vitesse, à la date t, est **tangent** à cette trajectoire et **a le sens du mouvement**, et le **vecteur accélération est dirigé vers la concavité du trajectoire**.

Soit $\vec{u}$ le vecteur unitaire tangent en M à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement et $\vec{n}$ le vecteur unitaire orthogonal au vecteur $\vec{u}$ et orienté vers l'intérieur de la trajectoire.



La base $(\vec{u}, \vec{n})$ associée au point M, à la date t, constitue le repère de projection de Frenet. Le vecteur $\vec{a}$ se décompose en deux vecteurs, vecteur accélération tangentielle et normale.

$$\vec{a}_t = a_t\vec{u} \qquad a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{a}_n = a_n\vec{u} \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

ρ est le rayon de courbure de la trajectoire en M

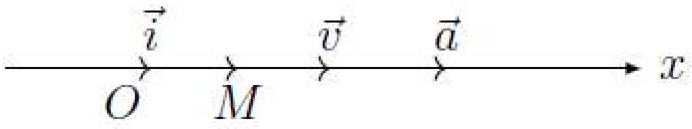
On écrit alors dans le repère de Frenet

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \quad = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$$

4- Le mouvement

Mouvement rectiligne

Les mouvements rectilignes sont des mouvements dont les trajectoires sont droites



$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} \qquad \vec{v} = v_x\vec{i} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} \qquad \vec{a} = a_x\vec{i} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}$$

Mouvement rectiligne uniforme

Le point M est dit en mouvement rectiligne uniforme si sa trajectoire est une droite
et si son vecteur vitesse est constant par rapport au temps

$$\vec{v} = \vec{v}_0 = \overrightarrow{\mathrm{Cte}} \qquad \vec{a} = \vec{0}$$

L'équation horaire du mouvement

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0$$

$$\mathrm{d}x = v_0\mathrm{d}t$$

$$\int \mathrm{d}x = \int v_0\mathrm{d}t$$

$$x = v_0t + c$$

On pose $c = x_0$ l'abscisse à l'instant t_0, d'où l'équation horaire suivante

$$\boxed{x = v_0t + x_0}$$

Mouvement rectiligne uniformément varié

Le point M est dit en mouvement rectiligne uniformément varié si sa trajectoire
est une droite et si son vecteur d'accélération est constant

$$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{Cte}}$$

Les équations horaires du mouvement

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$
$$a\ \mathrm{d}t = \mathrm{d}v$$
$$\int a\ \mathrm{d}t = \int \mathrm{d}v$$

$$at + c = v$$

$$at + v_0 = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$
$$at + v_0 \mathrm{d}t = \mathrm{d}x$$
$$\int at + v_0 = \int \mathrm{d}x$$

$$\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + c' = x$$

En posant $c' = x_0$, on obtient

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ v &= at + v_0 \end{aligned}}$$

Mouvement accéléré et retardé

Un mouvement est dit accéléré si la norme de son vecteur vitesse croît au cours du temps

$$\vec{v}.\vec{a} > 0$$

Un mouvement est retardé si la norme de son vecteur vitesse décroît au cours du temps

$$\vec{v}.\vec{a} < 0$$

Mouvement circulaire uniforme

Un mouvement circulaire est dit uniforme si la valeur algébrique de la vitesse du point mobile est constante : $v = v_0$
La vitesse angulaire d'un mouvement circulaire uniforme est

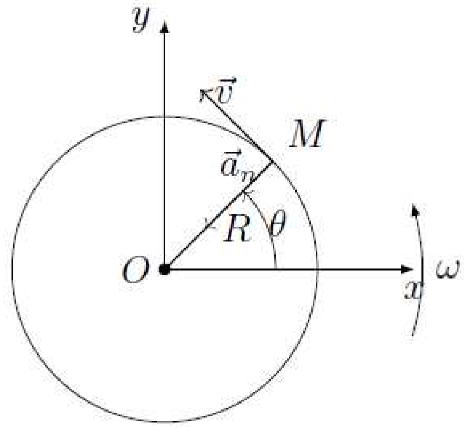
$$\boxed{\omega_0 = \frac{v_0}{R}} \quad \mathrm{rad/s}$$

Dans un mouvement circulaire uniforme L'accélération tangentielle est nulle

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$$

Le vecteur accélération normale est exprimé par

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$



$$\boxed{a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0} \quad \boxed{a_n = \frac{v^2}{R}} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{v_0}{R}}$$

Période et fréquence

La période d'un mouvement circulaire uniforme est la durée d'un tour

La fréquence d'un mouvement circulaire uniforme est le nombre de tours par seconde

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}} \text{ (S)} \qquad \boxed{f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}} \text{ (Hz)}$$

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\omega \mathrm{d}t = \mathrm{d}\theta$$

$$\int \omega \mathrm{d}t = \int \mathrm{d}\theta$$

$$\omega t + c = \theta$$

En posant $c = \theta_0$ l'angle à $t = 0$, on trouve :

$$\boxed{\theta = \omega t + \theta_0}$$

"S" signifie l'arc parcouru à l'instant t, il s'exprime en (m) c'est l'abscisse curviligne

$S = R\theta$,

$$\boxed{s = v_0 t + s_0}$$

5- Les lois de Newton

On rappelle qu'un référentiel est dit galiléen ou inertiel, si le principe d'inertie reste applicable.

Pour déterminer le mouvement d'un mobile, il est nécessaire de choisir un corps référentiel indéformable pour lequel on associe un repère d'espace (R) déterminé par son origine O sa

base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

La première loi de Newton :

Énoncée : Dans un référentiel galiléen, tout corps isolé (aucune force n'est appliquée) ou pseudo-isolé (la somme des forces est nulle) est soumis d'un mouvement rectiligne uniforme $\vec{v} = \overrightarrow{Cte}$ ou il est immobile $\vec{v} = \vec{0}$.

La deuxième loi de Newton

Énoncée : Dans un repère galiléen, la somme des forces qui s'exercent sur un corps est égale au produit de la masse du corps et de son vecteur d'accélération.
Mathématiquement :

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$$

La troisième loi de Newton

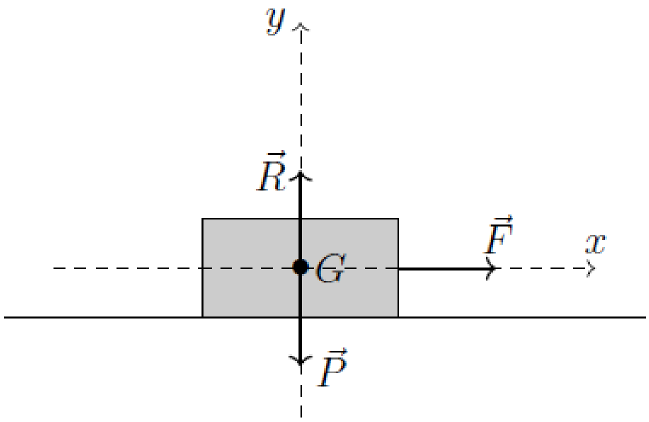
Énoncée : Lorsqu'il y a une interaction entre deux corps A et B, le corps A exerce une force sur le corps B, on la note $\vec{F}_{A/B}$, et le corps B exerce une force de même intensité $\vec{F}_{B/A}$ ces deux vecteurs sont liés vectoriellement par la relation suivante :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

6- Applications

Cas du mouvement sur un plan horizontal sans frottement

On considère un corps solide (S) en mouvement sur un plan horizontal sans frottement sous l'action d'une force constante $\vec{F}$ comme l'indique la figure suivante



a) <u>Référentiel galiléen</u>
On considère le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère (G, x, y)

b) <u>Système étudié</u>
Le système étudié : solide (S)

c) <u>Bilan des forces</u>

$$\begin{cases} \vec{P} & : \text{Le poids du corps} \\ \vec{R} & : \text{La réaction du plan} \\ \vec{F} & : \text{La force appliquée au } (S) \end{cases}$$

d) <u>Loi de Newton</u>
D'après la deuxième loi de Newton ….

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Longleftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}.$$

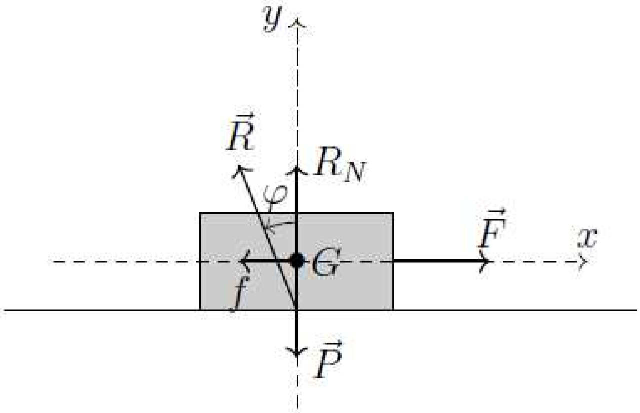
e) <u>Projection sur les axes x et y</u>

$$\begin{cases} F + 0 + 0 & = ma_x \\ R - P + 0 & = ma_y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F & = ma \\ R - P & = 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

L'objectif est de trouver l'expression de l'accélération pour remonter à la nature du mouvement et par suite les équations du mouvement

Cas du mouvement sur un plan horizontal avec frottement



a) Référentiel galiléen
On considère le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère (G, x, y)

b) Système étudié
Le système étudié : solide (S)

c) Bilan des forces

$$\begin{cases} \vec{P} & : \text{Le poids du corps} \\ \vec{R} & : \text{La réaction du plan} \\ \vec{F} & : \text{La force appliquée au } (S) \end{cases}$$

d) Loi de Newton
D'après la deuxième loi de Newton ....

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Longleftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}.$$

e) Projection sur les axes x et y

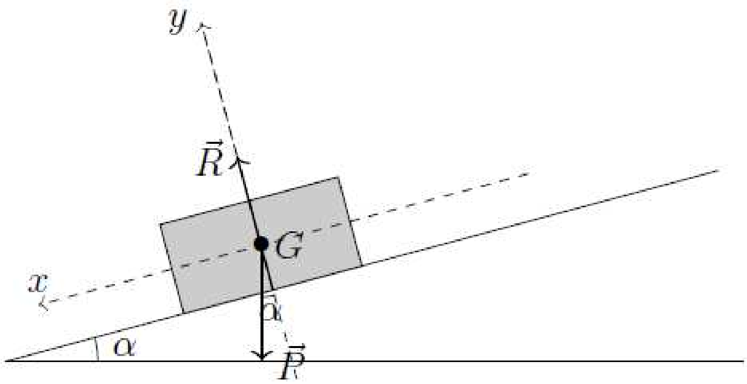
$$\begin{cases} F - f & = ma_x \\ R_N - P & = ma_y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f & = F - ma \\ R_N & = P \end{cases}$$

$$||\vec{R}|| = \sqrt{f^2 + R_N^2}$$

Le coefficient de frottement est donné par

$$\boxed{\kappa = \tan\varphi = \frac{f}{R_N}}$$

Cas du mouvement sur un plan incliné sans frottement



a) Référentiel galiléen

On considère le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère (G, x, y)

b) Système étudié

Le système étudié : solide (S)

c) Bilan des forces

$$\begin{cases} \vec{P} & : \text{Le poids du corps} \\ \vec{R} & : \text{La réaction du plan} \end{cases}$$

d) Loi de Newton

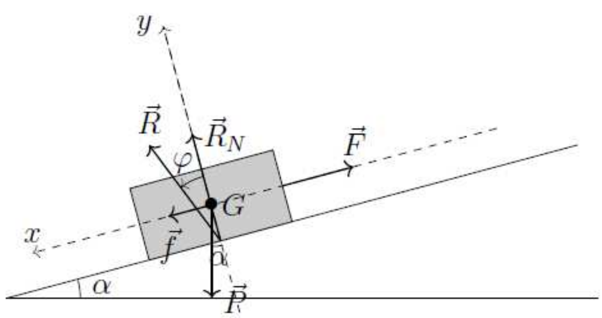
D'après la deuxième loi de Newton ….

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Longleftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

e) Projection sur les axes x et y

$$\begin{cases} P \sin \alpha & = ma \\ R - P \cos \alpha & = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = g \sin \alpha$$

Cas du mouvement sur un plan incliné avec frottement



On tire un corps solide (S) de masse m sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale en utilisant une corde, il glisse avec frottement vers le haut.

a) Référentiel galiléen

On considère le référentiel terrestre supposé galiléen auquel on associe un repère (G, x, y)

b) Système étudié

Le système étudié : solide (S)

c) Bilan des forces

$$\begin{cases} \vec{P} & \text{: Le poids du corps} \\ \vec{R} & \text{: La réaction du plan} \\ \vec{T} & \text{: La tension du corde} \end{cases}$$

d) Loi de Newton

D'après la deuxième loi de Newton ....

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Longleftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$$

e) Projection sur les axes x et y

$$\begin{cases} f + P\sin\alpha - F & = ma \\ R_N - P\cos\alpha & = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} f & = F + m(a - g\sin\alpha) \\ R_N & = P\cos\alpha \end{cases}$$

$$R = \sqrt{f^2 + R_N^2}$$