Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

Probabilité

I – Vocabulaires

- **Expérience aléatoire** = expérience dont l'issue est incertain
- **Univers Ω** = ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire
- **Cardinal d'un ensemble** = son nombre d'éléments
- **Evénement** = issue possible d'une expérience
- **Evénement élémentaire** = événement contenant un seul élément
- **Evénements incompatibles** = n'ont rien en commun et ne peuvent se réaliser simultanément $A \cap D = \phi$
- **Evénements indépendants** = la réalisation de l'un n'influence pas celle de l'autre

II – Probabilité d'un évènement

1 – Définition

Soit E une épreuve aléatoire. L'ensemble des éventualités est $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$.

- A chaque événement élémentaire $\{\omega_i\}$ est associé un nombre réel, **élément de [0;1]** appelé probabilité de l'événement élémentaire tel que : $p(\{\omega_1\}) + p(\{\omega_2\}) + \ldots + p(\{\omega_n\}) = 1$

- La probabilité de tout événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.

- $p(\Omega) = 1$.

- Si $A = \phi$ alors $p(A) = 0$

2 – L'hypothèse d'équiprobabilité

Lorsque les événements élémentaires d'une expérience ont la même Probabilité, on dit qu'il y a équiprobabilité.
Les situations d'équiprobabilité sont généralement suggérées par des expressions comme: "On tire au hasard", "boules indiscernables au toucher", "dé bien équilibré", "dé non pipé" …

propriété

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

Soit p une probabilité sur un univers Ω
Dans l'hypothèse d'équiprobabilité, le nombre total d'éventualités étant *n*, si un événement A est constitué de *m* éventualités alors sa probabilité est : $p(A) = \frac{m}{n}$

$$p(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$$

card(A) le nombre de cas favorables
card(Ω) le nombre de cas possibles

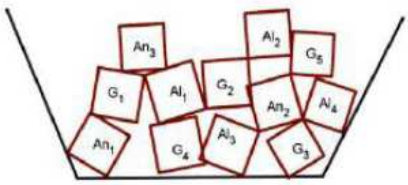
3 – Propriétés des probabilités

Parties de E	Vocabulaire des événements	Propriété
A	A quelconque	$0 \leqslant p(A) \leqslant 1$
$\emptyset$ E	Evénement impossible Evénement certain	$p(\emptyset) = 0$ $p(E) = 1$
$A \cap B = \emptyset$	A et B sont incompatibles	$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
$\bar{A}$	$\bar{A}$ est l'événement contraire de A	$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
A, B	A et B quelconques	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Application 1

Un examen oral de mathématique comporte 5 questions en géométrie, 4 questions en algèbre et 3 questions en analyse.
1)L'étudiant tire simultanément 3 questions d'un sac contenant les 12 questions.

Calculer la probabilité des événements suivants:
A « les trois questions sont en géométrie »
B « une seule question pour chaque matière »
C « au moins une question en géométrie »



2)L'étudiant tire les 3 questions l'une après l'autre sans remise
Calculer la probabilité des événements A, B et C.

3)L'étudiant tire les 3 questions l'une après l'autre avec remise
Calculer la probabilité des événements A, B et C.

Solution:

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

5 géométrie : 4 algèbre : 3 analyse

1) Tirage simultané de 3 boules parmi 12

$\text{Card}(\Omega)=C_{12}^{3}=220$ calculatrice 12 ncr 3 = 220

$\text{Card}(A)=C_5^3=10$ Donc $p(A)=\frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{10}{220}=\frac{1}{22}$ d'où $p(A)=\frac{1}{22}$

$\text{Card}(B)=C_5^1\times C_4^1\times C_3^1=60$ Donc $p(B)=\frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{60}{220}=\frac{3}{11}$ d'où $p(B)=\frac{3}{11}$

Première méthode

$\text{Card}(C)=C_5^1\times C_7^2+C_5^2\times C_7^1+C_5^3=185$ Donc $p(C)=\frac{\text{card}(C)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{185}{220}=\frac{37}{44}$ d'où $p(C)=\frac{37}{44}$

Deuxième méthode

C « au moins une question en géométrie » l'événement contraire de C est :

$\overline{C}$ « aucune question en géométrie » c'est-à-dire $\overline{C}$ « les 3 questions en algèbre ou en analyse »

$\text{Card}(\overline{C})=C_7^3=35$ donc $p(\overline{C})=\frac{\text{card}(\overline{C})}{\text{card}(\Omega)}=\frac{35}{220}=\frac{7}{44}$

On sait que $p(C)=1-p(\overline{C})$ donc $p(C)=1-\frac{7}{44}$ d'où d'où $p(C)=\frac{37}{44}$

2) L'étudiant tire les 3 questions l'une après l'autre sans remise

Tirage successif de 3 boules sans remise parmi 12

$\text{Card}(\Omega)=A_{12}^{3}=1320$ calculatrice 12 npr 3 = 1320

$\text{Card}(A)=A_5^3=60$ Donc $p(A)=\frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{60}{1320}=\frac{1}{22}$ d'où $p(A)=\frac{1}{22}$

$\text{Card}(B)=3!(A_5^1\times A_4^1\times A_3^1)=360$ Donc $p(B)=\frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{360}{1320}=\frac{3}{11}$ d'où $p(B)=\frac{3}{11}$

Première méthode

C « au moins une question en géométrie » l'événement contraire de C est :

$\overline{C}$ « aucune question en géométrie »

$\text{Card}(\overline{C})=A_7^3=210$ donc $p(\overline{C})=\frac{\text{card}(\overline{C})}{\text{card}(\Omega)}=\frac{210}{1320}=\frac{7}{44}$

On sait que $p(C)=1-p(\overline{C})$ donc $p(C)=1-\frac{7}{44}$ d'où d'où $p(C)=\frac{37}{44}$

Deuxième méthode

$\text{Card}(C)=3(A_5^1\times A_7^2)+3(A_5^2\times A_7^1)+A_5^3=1110$

Donc $p(C)=\frac{\text{card}(C)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{1110}{1320}=\frac{37}{44}$ d'où $p(C)=\frac{37}{44}$

3) L'étudiant tire les 3 questions l'une après l'autre avec remise

Tirage successif de 3 boules avec remise parmi 12

$\text{Card}(\Omega)=12^3=1728$

$\text{Card}(A)=5^3=125$ Donc $p(A)=\frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{125}{1728}$ d'où $p(A)=\frac{125}{1728}$

$\text{Card}(B)=6(5^1\times 4^1\times 3^1)=360$ Donc $p(B)=\frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{360}{1728}=\frac{5}{24}$ d'où $p(B)=\frac{5}{24}$

Première méthode

C « au moins une question en géométrie » l'événement contraire de C est :

$\overline{C}$ « aucune question en géométrie »

$\text{Card}(\overline{C})=7^3=343$ donc $p(\overline{C})=\frac{\text{card}(\overline{C})}{\text{card}(\Omega)}=\frac{343}{1728}$

On sait que $p(C)=1-p(\overline{C})$ donc $p(C)=1-\frac{343}{1728}$ d'où d'où $p(C)=\frac{1385}{1728}$

Deuxième méthode

$\text{Card}(C)=3(5^1\times 7^2)+3(5^2\times 7^1)+5^3=1385$ Donc $p(C)=\frac{\text{card}(C)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{1385}{1728}$ d'où $p(C)=\frac{1385}{1728}$

III – Probabilité conditionnelle

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

La probabilité conditionnelle de B sachant que A est réalisé est le nombre

$$P_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

A et B deux événements de probabilité non nulle.
A et B sont **indépendants** si et seulement si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

Application 2

une urne U contient neuf jetons indiscernables au toucher:

- **Trois jetons blancs numérotés 2 ; 2 ; 1.**
- **Deux jetons jaunes numérotés 1 ; 1.**
- **Quatre jetons noirs numérotées 1 ; 1 ; 1 ; 2.**

On tire au hasard et simultanément trois jetons de l'urne.
On considère les deux événements suivants :

A « Les trois jetons tirés ont le même numéro »
B « Les trois jetons tirés de couleurs différents deux à deux »

1. **Calculer $p(A)$ et $p(B)$ probabilité des événements A et B .**
2. **Montrer que : $p(A \cap B) = \frac{1}{14}$.**
3. **Est-ce que les événements A et B sont indépendants ?**
4. Donner la probabilité de l'événement C« Les jetons tirés ont le même numéro sachant que les trois jetons tirés de couleurs différents deux à deux »

Solution:

Trois B : 2 ;2 ;1 ; Deux J : 1;1 Quatre N :1 ;1 ;1 ;2

1)
Tirage simultané de 3 jetons parmi 9 6 (1) 3 (2)

$Card(\Omega) = C_9^3 = 84$

$Card(A) = C_6^3 + C_3^3 = 21$ Donc $p(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$ d'où $p(A) = \frac{1}{4}$

$Card(B) = C_3^1 \times C_2^1 \times C_4^1 = 24$ Donc $p(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$ d'où $p(B) = \frac{2}{7}$

2) On a

$Card(A \cap B) = C_1^1 \times C_2^1 \times C_3^1 = 6$ $p(A \cap B) = \frac{card(A \cap B)}{card(\Omega)} = \frac{6}{84} = \frac{1}{14}$ $p(A \cap B) = \frac{1}{14}$

3) On a

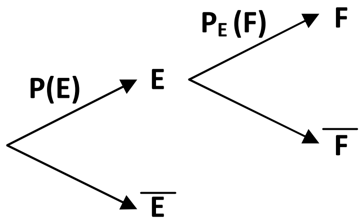
$p(A \cap B) = \frac{1}{14}$ et $p(A) \times p(B) = \frac{2}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{14}$

D'où $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ d'où A et B sont indépendants.

4) C « Les trois jetons tirés ont le même numéro sachant que les jetons tirés sont de couleurs différents deux à deux»

$P(C) = P_B(A)$ donc $P(C) = P_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} =$ P(c) = 1/4

Arbres des probabilités



IV – Variables aléatoires

1) Exemple introductif

Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules blanches indiscernables au toucher.
On tire simultanément 2 boules. On perçoit un Dirham par boule rouge tirée.
Quels sont les gains possibles ? Avec quelles probabilités ?
On peut tirer 0, 1 ou 2 boules rouges, et donc gagner 0, 1 ou 2 Dirhams.
Désignons par X la somme perçue. La probabilité que X soit égal à 0 est noté $p(X=0)$; elle est égale à la probabilité de l'événement « tirer 0 boule rouge et 2 boules blanches» ;

$$p(X=0)=\frac{C_3^0\times C_4^2}{C_7^2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

La probabilité que X soit égal à 1 est noté $p(X=1)$; elle est égale à la probabilité de l'évènement « tirer 1 boule rouge et 1 boules blanches » ;

$$p(X=1)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{C_7^2}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}\ ;$$

La probabilité que X soit égal à 2 est noté $p(X=2)$; elle est égale à la probabilité de l'évènement « tirer 2 boules rouges et 0 boule blanche » ;

$$p(X=2)=\frac{C_3^2\times C_4^0}{C_7^2}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}\ .$$

Ces résultats peuvent se présenter dans un tableau, la première ligne indiquant les valeurs possibles x de X.

x	0	1	2
$p(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

Ce tableau définit la loi de probabilité de X.

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

2) Variable aléatoire - Loi de probabilité

a) Définition 1 :
On appelle variable aléatoire X réelle toute application de Ω dans $\mathbb{R}$, qui à chaque élément de Ω fait correspondre un nombre réel.
Notons $X(\Omega)$ l'ensemble des valeurs possibles de X. $X(\Omega) = \{ x_1 ; x_2 ; \ldots\ldots ; x_n\}$.

Il est commode de présenter cette loi de probabilité sous forme d'un tableau

x	x_1	x_2	....	x_n
$p(X = x)$	p_1	p_2	....	p_n

Conseil : Lorsqu'on calcul une loi de probabilité d'une variable aléatoire, il est indispensable de vérifier que : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

3 - Espérance mathématique

Soit une variable aléatoire X prenant les valeurs $x_1; x_2; \ldots\ldots; x_n$ avec les probabilités $p_1; p_2; \ldots\ldots; p_n$. On appelle espérance mathématique de X le nombre réel positif noté E(X) et défini par: $E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n$ $\quad E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i$

C'est aussi la moyenne de la variable aléatoire pour un grand nombre de valeurs X

Pour l'exemple introductif on a $E(X) = 0\times p(X=0) + 1\times p(X=1) + 2\times p(X=2) = \frac{6}{7}$.

4 - Variance - Ecart type

Soit une variable aléatoire X prenant les valeurs $x_1; x_2; \ldots\ldots; x_n$ avec les probabilités $p_1; p_2; \ldots\ldots; p_n$. On appelle variance de X le nombre réel positif noté V(X) et défini par:

$$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \ldots + p_n(x_n - E(X))^2$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i (x_i - E(X))^2$$

$$V(X) = p_1x_1^2 + p_2x_2^2 + \ldots + p_nx_n^2 - (E(X))^2 \qquad V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i (x_i)^2 - (E(X))^2$$

Démonstration => développer le carré + utiliser la formule de l'espérance

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

Pour tout variable aléatoire X , On appelle écart-type de X le nombre réel positif

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

L'écart-type est une mesure statistique qui indique la dispersion des valeurs d'un ensemble de données autour de sa moyenne. Plus l'écart est petit, plus les valeurs sont regroupées autour de la moyenne.

Application 3 (simultanément => combinaison)

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules noires indiscernables au toucher. On tire simultanément de l'urne 3 boules et l'on considère la variable aléatoire X définie par « nombre de boules noires parmi les boules tirées ».

a) Quelles sont les valeurs prises par X?

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

Solution:

a) $X \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$

$P(X=0) = P_1 = \dfrac{C_5^3 \times C_3^0}{C_8^3} = \dfrac{10}{56}$; $P(X=1) = P_2 = \dfrac{C_5^2 \times C_3^1}{C_8^3} = \dfrac{30}{56}$;

$P(X=2) = P_3 = \dfrac{C_5^1 \times C_3^2}{C_8^3} = \dfrac{15}{56}$; $P(X=3) = P_4 = \dfrac{C_5^0 \times C_3^3}{C_8^3} = \dfrac{1}{56}$.

b) Loi de probabilité

X	0	1	2	3	Total
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$	1

c) L'Espérance mathématique $E(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i = P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots\dots\dots + P_n x_n$.

$E(x) = 0 \times \frac{10}{56} + 1 \times \frac{30}{56} + 2 \times \frac{15}{56} + 3 \times \frac{1}{56} = \frac{63}{56} = \frac{9}{8}$.

La variance est $V(X) = \sum_{i=1}^{n} P_i (x_i - E(x))^2$.

$V(X) = P_1\left(x_1 - \frac{9}{8}\right)^2 + P_2\left(x_2 - \frac{9}{8}\right)^2 + \dots\dots + P_4\left(x_4 - \frac{9}{8}\right)^2$;

$V(X) = \frac{10}{56}\left(0 - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{30}{56}\left(1 - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{15}{56}\left(2 - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{1}{56}\left(3 - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{1800}{3584} = 0{,}5$.

L'Ecart type est $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$; $\sigma(X) = \sqrt{0{,}5} = 0{,}20$.

V – Loi binomiale

*C'est une variable aléatoire **spéciale** qui …*

1- *L'expérience est répétée un certain nombre de fois (n)*

2- *l'expérience n'a que deux issues possibles donc l'univers se réduit à deux événement (Succès / échec)*

3- *on s'intéresse au nombre de fois que le succès (ou l'échec) se réalise durant les (n) répétitions de l'expérience*

Soit p la probabilité d'un événement A dans une expérience aléatoire

On répète cette épreuve n fois de suite

La variable aléatoire X qui lie chaque résultat au nombre de fois que cet événement se réalise s'appelle une variable aléatoire binomiale de paramètres n et p

Et on a : $\forall k \in \{0;1;2;3;...;n\}$; $p(X=k)=C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

Et $E(X)=n\times p$

Et $v(X)=n\times p\times(1-p)$

Application 4

1) On lance une fois un dé cubique équilibré et on considère l'événement suivant:
A « On obtient un diviseur de 3 » calculer p(A)

2) On répète cette épreuve quatre fois de suite. Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois la réalisation de l'événement A

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique et la variance de X

Solution:

1)Les diviseurs de 3 sont 1 et 3

donc $p(A)=\frac{1}{3}$

2) X est une variable aléatoire binomiale de paramètre 4 et p(A).

$p(X=k)=C_4^k(p(A))^k(1-p(A))^{4-k}$ $\quad k\in\{0\ ;1\ ;2\ ;3\ ;4\}$

k	0	1	2	3	4	Total
P(X = k)	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$	1

E(X)= 4×p(A) et V(X) = 4×p(A)(1 – p(A))

$E(X)=\frac{4}{3}$ et $E(X)=\frac{8}{9}$

Application 5

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat. Pour promouvoir la vente de ces tablette, il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente. Parmi les tablettes gagnantes, 60% permettent de gagner exactement une place de cinéma et 40% exactement deux places de cinéma.

On note $P_B(A)$ la probabilité conditionnelle de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

1. Un client achète une tablette de chocolat. On considère les événements suivants :

   $G =$ "le client achète une tablette gagnante"

   $U =$ "le client gagne exactement une place de cinéma"

   $D =$ "le client gagne exactement deux places de cinéma"

   a) Donner $P(G)$, $P_G(U)$ et $P_G(D)$

   b) Montrer que la probabilité de gagner exactement une place de cinéma est égale à 0,3.

   c) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de places de cinéma gagnées par le client.

   Déterminer la loi de probabilité de X.

   Calculer l'espérance mathématique de X.

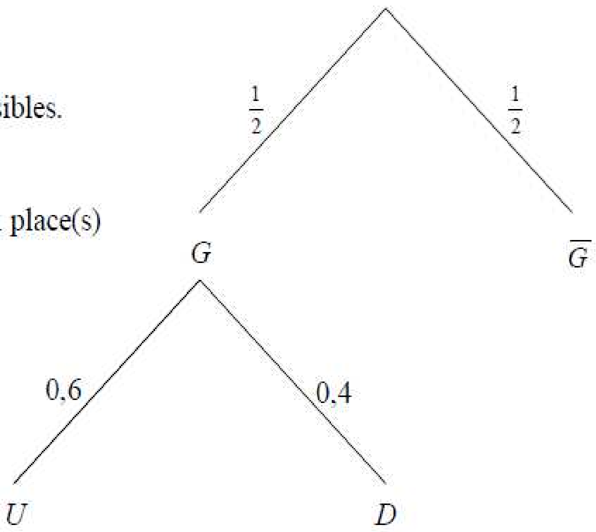
2. Un autre client achète deux jours de suite une tablette de chocolat.

   a) Déterminer la probabilité qu'il ne gagne aucune place de cinéma.

   b) Déterminer la probabilité qu'il gagne au moins une place de cinéma.

   c) Montrer que la probabilité qu'il gagne exactement deux places de cinéma est égale à 0,29.

Solution:



1. a) L'arbre ci-contre décrit les différentes situations possibles.

   Soit la tablette est gagnante, soit elle ne l'est pas.

   Si elle est gagnante, elle contient soit une, soit deux place(s) de cinéma.

   On a immédiatement :

   $P(G) = \dfrac{1}{2}$

   $P_G(U) = 0,6$

   $P_G(D) = 0,4$

b) L'événement "gagner exactement une place de cinéma" est $G \cap U$.

D'après les formules de cours (ou à l'aide de l'arbre), on a :

$$P(G \cap U) = P(U \cap G) = P_G(U)\, P(G) = 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}3$$

c) Calculons la probabilité de gagner respectivement 0, 1 et 2 place(s) de cinéma.

$P(X = 0) = P(\overline{G}) = 0{,}5$

$P(X = 1) = P(G \cap U) = 0{,}3$

$P(X = 2) = P(G \cap D) = P_G(D)\, P(G) = 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}2$

On résume la loi de probabilité de X dans le tableau suivant :

X	0	1	2	Total
Probabilités	0,5	0,3	0,2	1

L'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X est donnée par la formule :

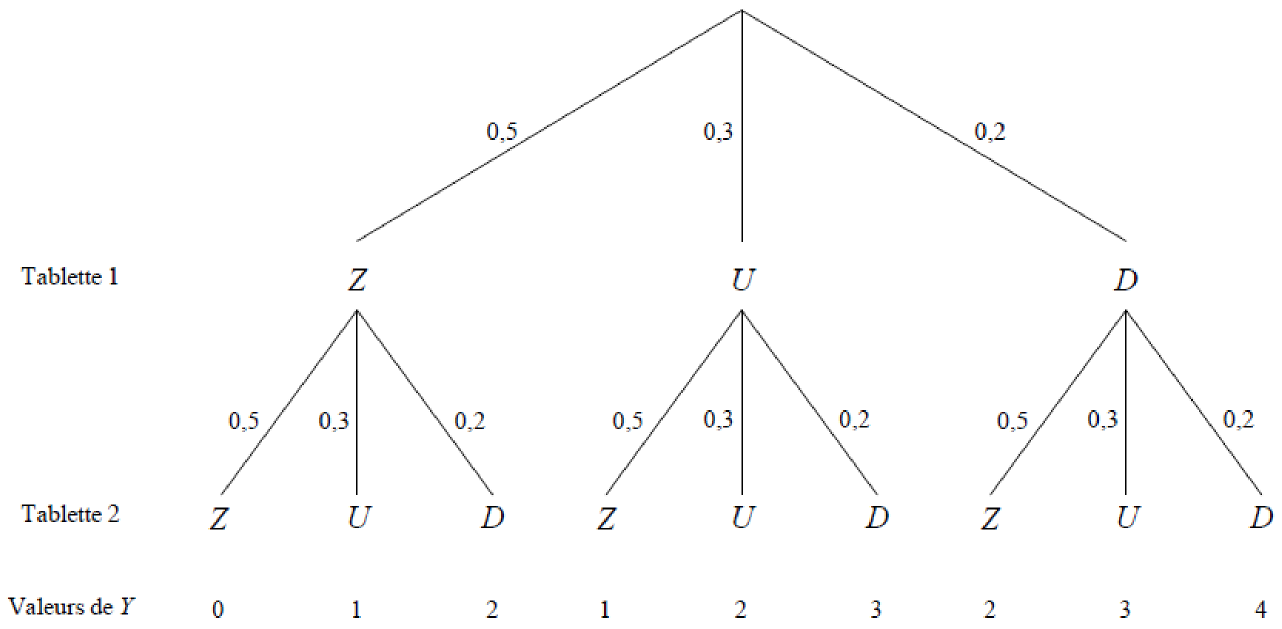
$$E(X) = \sum_i p_i x_i = 0{,}5 \times 0 + 0{,}3 \times 1 + 0{,}2 \times 2 = 0{,}7$$

2. Notons Y la variable aléatoire correspondant au nombre de tablettes gagnées par ce client.

Les différentes valeurs possibles de Y sont : 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4.

L'arbre ci-dessous illustre toutes les situations possibles :

(On a noté Z l'événement "la tablette rapporte zéro place de cinéma". En fait, $Z = \overline{G}$)



a) Probabilité qu'il ne gagne aucune place de cinéma : $P(Y=0)=0{,}5\times 0{,}5=0{,}25$ (Chemin Z-Z sur l'arbre)

b) L'événement "il gagne au moins une place de cinéma" est le contraire de l'événement "il ne gagne aucune place de cinéma" : $P(Y\geqslant 1)=1-p(Y=0)=1-0{,}25=0{,}75$.

c) Probabilité qu'il gagne exactement deux places de cinéma :

$$P(Y=2)=0{,}5\times 0{,}2+0{,}3\times 0{,}3+0{,}2\times 0{,}5=0{,}29$$

(Chemins D-Z ou U-U ou Z-D)

Application 6

Un grossiste en appareils ménagers est approvisionné par trois marques, notées respectivement M_1, M_2 et M_3.

La moitié des appareils de son stock provient de M_1, un huitième de M_2, et trois huitièmes de M_3.

Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de la marque M_1 sont rouge, que 5% des appareils de la marque M_2 sont rouges et que 10% des appareils de la marque M_3 le sont aussi.

On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste : (on donnera les résultats sous forme de fractions)

1. Quelle est la probabilité qu'il vienne de M_3 ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vienne de M_2 ?
3. Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4. Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est rouge.

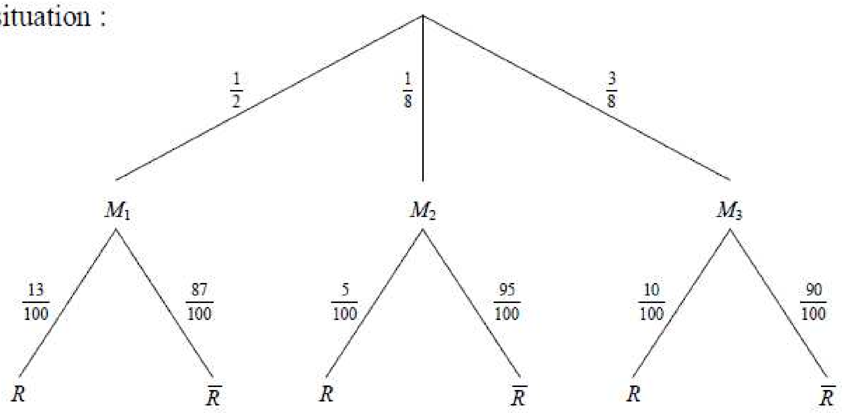
   Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque M_1 ?

Solution

Notons :

R l'événement "l'appareil choisi est rouge" et M_i = "l'appareil choisi provient de la marque M_i", $1\leqslant i\leqslant 3$.

Arbre illustrant la situation :



Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Probabilité (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / Bac International

1) La probabilité que l'appareil vienne de M_3 est $P(M_3) = \frac{3}{8}$. (On a de même $P(M_1) = \frac{1}{2}$ et $P(M_2) = \frac{1}{8}$)

2) La probabilité que l'appareil soit rouge sachant qu'il vienne de M_2 est :

$$P_{M_2}(R) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

On a de même : $P_{M_1}(R) = \frac{13}{100}$ et $P_{M_3}(R) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

3) Comme les événements M_1, M_2 et M_3 constituent une partition de l'univers, on a, d'après le théorème des probabilités totales :

$$P(\overline{R}) = P_{M_1}(\overline{R})p(M_1) + P_{M_2}(\overline{R})\,P(M_2) + P_{M_3}(\overline{R})P(M_3) = \frac{87}{100}\times\frac{1}{2} + \frac{95}{100}\times\frac{1}{8} + \frac{90}{100}\times\frac{3}{8} = \frac{713}{800}$$

4) Il s'agit de calculer $P_R(M_1)$:

$$P_R(M_1) = \frac{P(M_1 \cap R)}{P(R)} = \frac{P_{M_1}(R)P(M_1)}{1-P(\overline{R})} = \frac{13/100\times 1/2}{87/800} = \frac{52}{87}$$