Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Propagation des ondes lumineuses (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / $1^{ère}$ et $2^{ème}$ Bac International SM

La physique aujourd'hui est amenée à considérer La lumière à la fois comme une onde et comme une particule, un phénomène appelé **dualité onde-corpuscule**.
Ce sont certains phénomènes et observations expérimentales qui nous amène à considérer ce double comportement.
Dans ce chapitre on s'intéresse aux phénomènes qui exigent un aspect ondulatoire de la lumière

1) Propriétés des ondes lumineuses :

La lumière est considérée comme une onde progressive de type **électromagnétique** c'est-à-dire formée par un **champ électrique et un champ magnétique.**

Les ondes lumineuses peuvent se propager dans le vide et dans les milieux Transparents.

Une onde lumineuse monochromatique est une onde progressive sinusoïdale caractérisée par :

- Sa fréquence ν (ou sa période T) imposée par la source de l'onde.
- Sa vitesse V, qui dépend du milieu dans lequel elle se propage.

La célérité de la lumière dans le vide: c'est une constante fondamentale dont la valeur est indépendante de la fréquence de la radiation lumineuse.

$$\boxed{C \simeq 3.10^{8}\ m.s^{-1}}$$

Dans un milieu matériel, l'onde lumineuse se propage avec une vitesse V Inférieure à la célérité C.
On définit l'indice de réfraction dans un milieu transparent pour une lumière monochromatique par la relation :

$$\boxed{n = \frac{c}{v}}$$

n = indice de réfraction
c = vitesse de la lumière
v = vitesse de phase de la lumière

Milieu	Vitesse de propagation ($m.s^{-1}$)	Indice n
Vide	$3{,}00\times10^{8}$	1,00
Air	$3{,}00\times10^{8}$	1,00014 $\simeq$ 1,00
Eau	$2{,}26\times10^{8}$	1,33
Verre	$2{,}00\times10^{8}$	1,50
Diamant	$1{,}24\times10^{8}$	2,42

Indice de réfraction de quelques milieux dispersifs pour une onde monochromatique de longueur d'onde λ = 589 nm

Longueur d'onde dans le vide (m)

Période (s)

$$\lambda_0 = C \times T = \frac{C}{\nu}$$

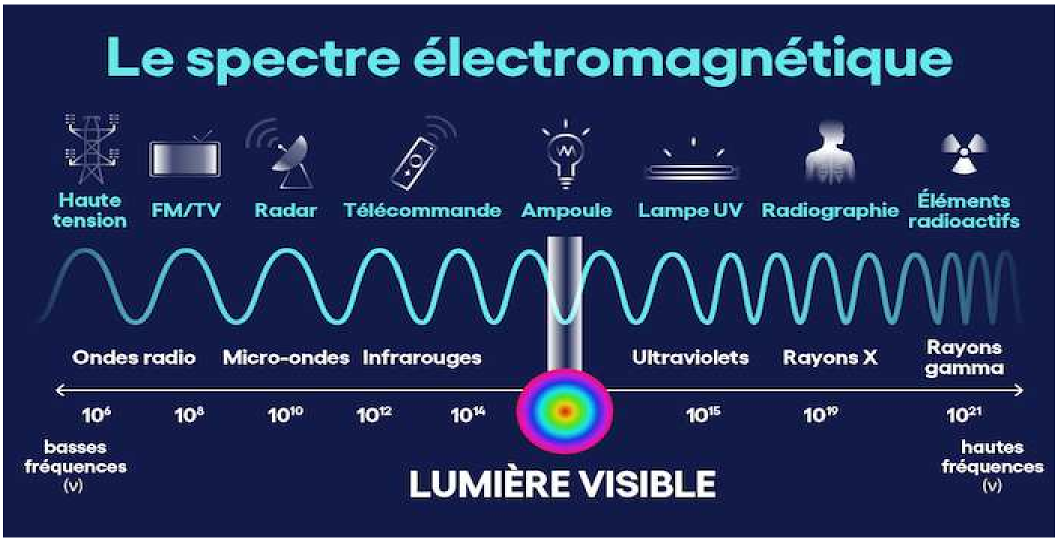
Célérité dans le vide ($m.s^{-1}$)

Fréquence (Hz)

- Dans un milieu bien défini, on exprime la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique par la relation :

$$\lambda = V \times T = \frac{V}{\nu}$$

- La longueur d'onde λ de la lumière monochromatique de fréquence ν, dépend de la nature du milieu de propagation.



2) Phénomène de diffraction de la lumière :

La diffraction de la lumière est le phénomène par lequel une onde lumineuse dévie de sa trajectoire rectiligne et s'étale lorsqu'elle rencontre un obstacle ou traverse une ouverture dont les dimensions sont comparables à sa longueur d'onde

Le phénomène de diffraction est visualisable si la largeur a des ouvertures ou des obstacles interposés sur le fuseau est ***inférieur*** ou du ***même ordre de grandeur*** que la longueur d'onde λ dans le milieu de propagation, mais également si la largeur a est 10 à 100 fois plus grande que λ.

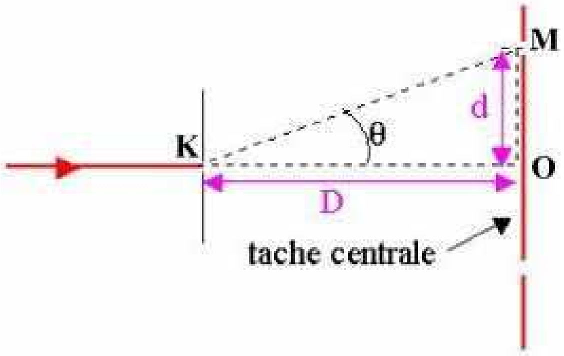
La diffraction de la lumière monochromatique par une fente dépend de deux facteurs :

✓ ***Influence de la largeur a.***

Plus la fente est petite et plus la figure de diffraction s'étale : la tache centrale deviens de plus en plus large.

✓ ***Influence de la longueur d'onde λ.***

Plus la longueur d'onde de la lumière monochromatique est grande et plus la largeur de la tache centrale est large.



L'écart angulaire (angle de diffraction) θ entre le milieu de la tache centrale et la première extinction est $\theta = \widehat{OKM}$

Ecart angulaire (rad)

Longueur d'onde (m)

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Largeur de la fente (m)

Cette relation est expérimentale

D'après la figure 1 : $\tan(\theta) = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$ et puisque $L << D$ donc $\tan(\theta) \cong \theta(rad)$

On a $\theta = \frac{\lambda}{a}$

donc $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$ c.à.d $L = \frac{2 \times \lambda \times D}{a}$

Remarque : La diffraction de la lumière blanche (polychromatique) entraîne l'obtention d'une tache lumineuse centrale blanche et d'autres taches lumineuses sont bordées d'un côté de rouge, de l'autre de violet

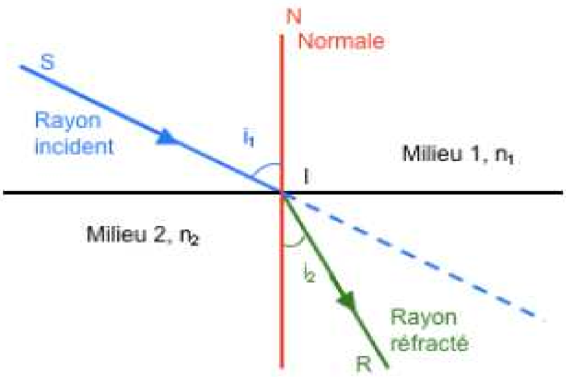
3) Dispersion d'une onde lumineuse :

La réfraction

La réfraction de la lumière est la déviation d'un rayon lumineux lorsqu'il passe d'un milieu transparent à un autre

- La réfraction était déjà bien connue par Ptolémée (Claude Ptolémée, communément appelé Ptolémée, né vers 100 et mort vers 168 à Canope, est un astronome, astrologue, mathématicien et géographe grec qui vécut à Alexandrie.)
- Le premier qui a mentionné la loi de réfraction est Ibn Sahl[1],[2] (c. 940-1000) Mathématicien perse à la cour de Bagdad qui a écrit un traité vers 984 sur les miroirs ardents et les lentilles dans lequel il expose comment les miroirs courbes et les lentilles peuvent focaliser la lumière en un point
- Les lois de Snell-Descartes décrivent le comportement de la lumière à l'interface de deux milieux. Ces lois sont au nombre de quatre, deux pour la réflexion et deux pour la réfraction

Considérons un rayon lumineux incident sur une surface de séparation entre deux milieux transparents, appelée dioptre. Le rayon lumineux se propage du milieu 1 vers le milieu 2. Une fois le dioptre traversé, dans le second milieu, la direction du rayon lumineux est modifiée comme illustrée sur la figure ci-après.



Première loi de la réfraction (Snell-Descartes)

Le rayon réfracté se situe dans le plan d'incidence.

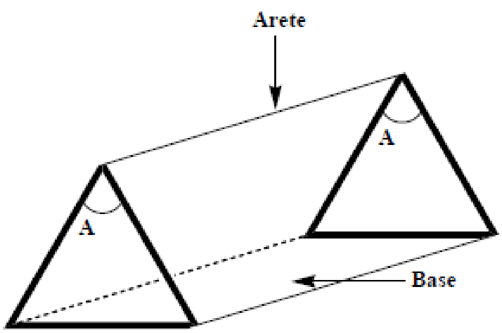
Seconde loi de la réfraction (Snell-Descartes)

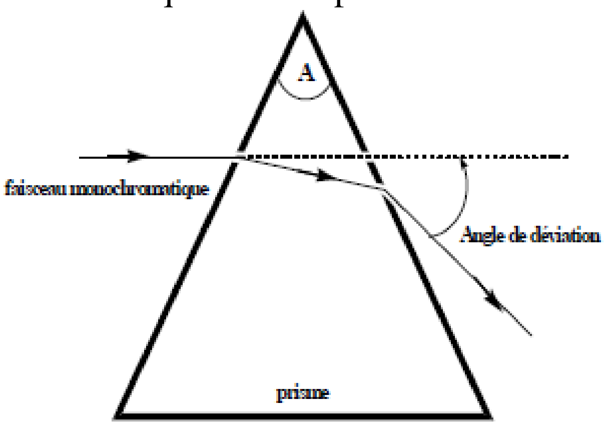
$$\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$$

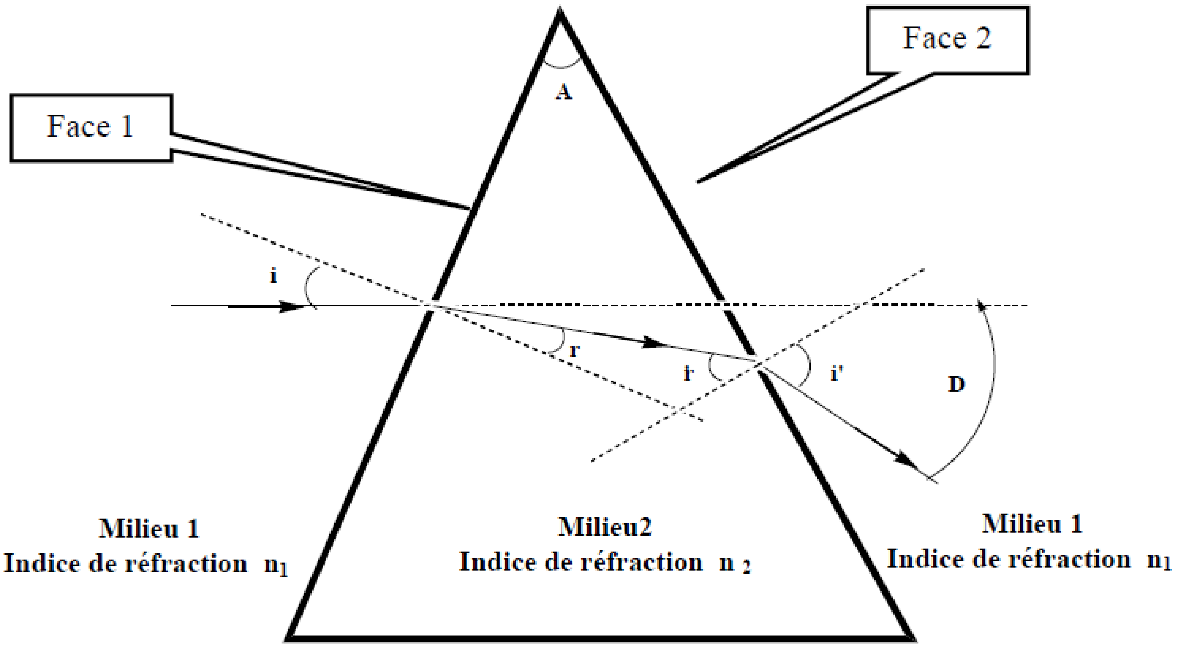
Le prisme

Un prisme est un polyèdre qui a deux faces parallèles, superposables, qui se coupent suivant une droite qui s'appelle l'arête du prisme et dont les autres faces sont rectangulaires.

Lorsqu'un faisceau lumineux monochromatique traverse un prisme, d'indice n, il est dévié à cause du changement du milieu (air-verre; verre-air) cela crée 2 réfractions successives une sur chaque face de prisme



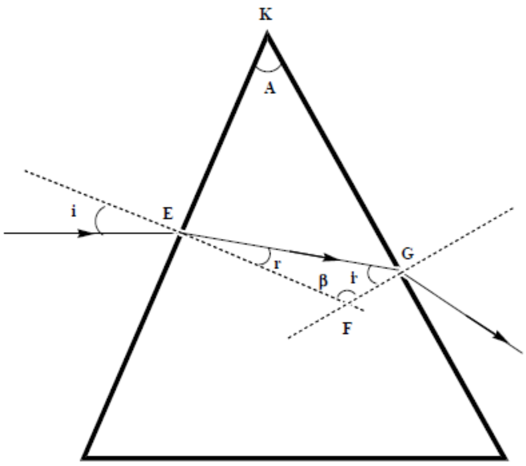




- ✓ i : Angle d'incidence sur la surface 1.
- ✓ r : Angle de réfraction sur la surface 1.
- ✓ r' : Angle d'incidence sur la surface 2.
- ✓ i' : Angle de réfraction sur la surface 2.
- ✓ D : Angle de déviation.
- ✓ n_1 : Indice de réfraction
- ✓ n_2 : Indice de réfraction

① $n_1 \times \sin(i) = n_2 \times \sin(r)$	③ $A = r + r'$
② $n_2 \times \sin(r') = n_1 \times \sin(i')$	④ $D = i + i' - A$

Démonstration de la relation N° ③



Dans le quadrilatère EFGK :

$$A + \beta = 180°$$

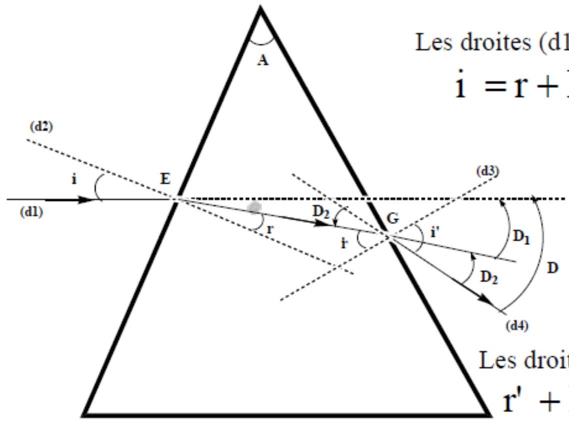
Dans le triangle EFG :

$$r + r' + \beta = 180°$$

Donc :

$$\boxed{A = r + r'}$$

Démonstration de la relation N° ④



Les droites (d1) et (d2) se coupent en E :

$$i = r + D_1 \Rightarrow D_1 = i - r$$

Les droites (d3) et (d4) se coupent en E :

$$r' + D2 = i' \Rightarrow D2 = i' - r'$$

$$D = D_1 + D_2 = i - r + i' - r' \Rightarrow D = i + i' - (r + r')$$

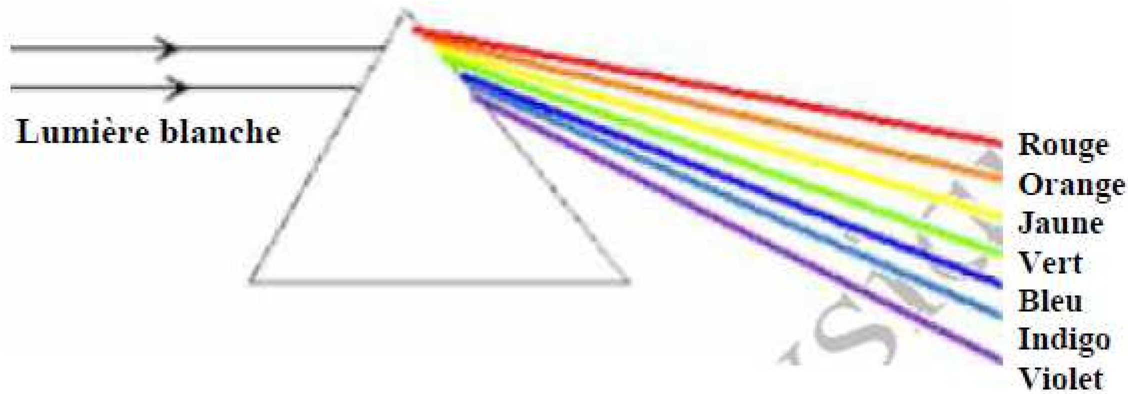
$$\boxed{D = i + i' - A}$$

Dispersion de la lumière blanche

Lorsqu'un faisceau de lumière blanche traverse un prisme on obtient une figure colorée appelée spectre, chaque radiation correspond à une couleur précise et qui est caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide c.à.d par sa fréquence.

Puisque les radiations de différentes longueurs d'onde λ_0 dans le vide composant la lumière blanche ne sont pas dévié de la même façon par le prisme, cela signifie que l'indice de réfraction n du verre dans lequel il est taillé dépend de λ_0, et donc de la fréquence.

Comme $n=\frac{C}{V}$, V est la vitesse de la lumière dans le verre dépend de la fréquence de radiation. le verre set donc un milieu dispersif.



4) Exercices corrigés:

Exercice 1 :

Un professeur de physique désir, avec ses élèves, de connaitre la longueur d'onde d'un faisceau laser.

Il utilise un fil calibré (a=0,180mm) pour réaliser le montage de diffraction étudié en classe.

Il place un écran de distance $D = 2{,}00m$ et mesure la longueur pour la tache centrale $L = 1{,}10\ cm$.

1- Donner la relation liant la longueur d'onde λ et la dimension de l'obstacle a qui caractérise la diffraction.

2- A l'aide d'un schéma, établir la relation exprimant L en fonction de λ, D et a.

Pour les petits angles on a : $tan\theta \approx \theta$

3- Comment varie la longueur L de la tache centrale si on diminue l'épaisseur du fil ? Justifier ta réponse.

4- Calculer la longueur d'onde λ du faisceau laser utilisé.

5- Comment varie la longueur L de la tache centrale si on diminue l'épaisseur du fil ? Justifier ta réponse.

5- La valeur indiquée par le constructeur : $\lambda_{théo} = 480\ nm$. Calculer l'écart relatif avec la valeur trouvée par le prof. Expliquer d'où provient cette erreur et proposer une méthode qui aura donné une meilleure précision.

Donnée : écart relatif sur la mesure de X : $r = \frac{|X_{mesuré} - X_{théoorique}|}{X_{théoorique}}$

Exercice 2 :

Le laser (acronyme de l'anglais light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) set depuis 50 ans, un outil indispensable utilisé dans de nombreux domaines (transfert d'information par fibre optique, métrologie, applications médicales, nucléaires....). Le contrôle de la valeur de la longueur d'onde de la radiation émise est indispensable, sa précision peut même atteindre $10^{-5}\ nm$ dans certains cas.

Objet : Diffraction de la lumière pour déterminer la longueur d'onde d'un Laser

Le faisceau LASER éclaire une fente de la largeur a (voir le schéma ci-contre). Sur un écran placé à la distance $D = 1{,}50\ m$ de la fente, on observe une figure de diffraction constituée de taches lumineuses.

En modifiant la largeur a de la fente, on mesure la largeur ℓ de la tache centrale observée. Les résultats expérimentaux permettent de tracer la courbe $\ell = f(1/a)$ donnée sur la figure 2.

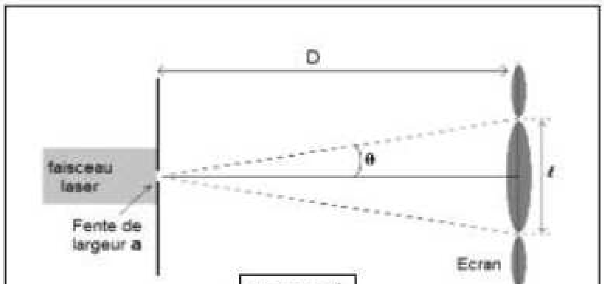


Figure 1

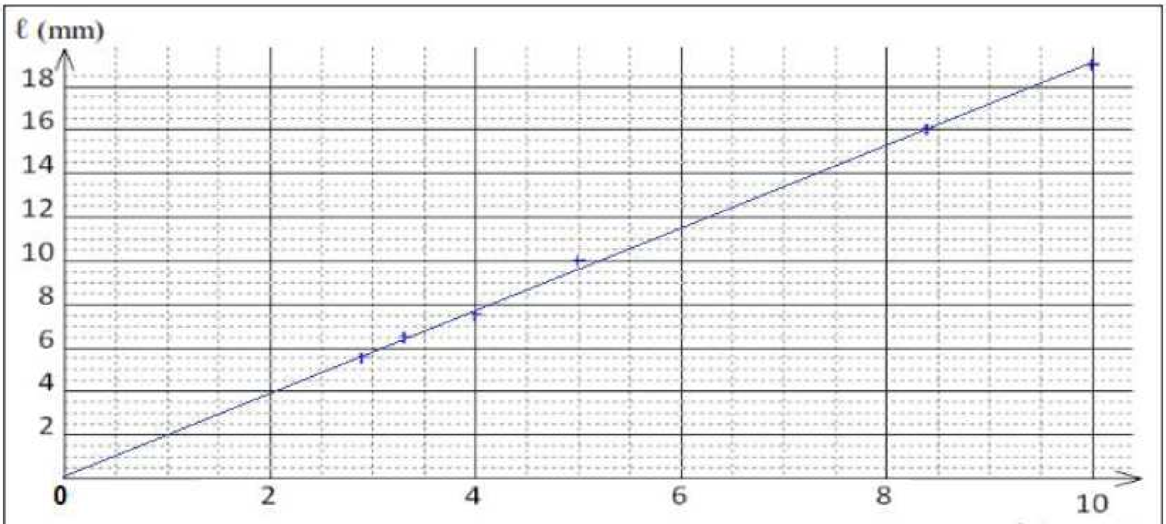


Figure 2 - Courbe $\ell = f(\frac{1}{a})$

1- A quelle condition le phénomène de diffraction est-il observé ?

2- En supposant l'angle θ petit, démontrer que $\ell = (2 \times \lambda \times D) \times \frac{1}{a}$. Pour des petits angles, $tan\theta \approx \theta$ (en rad)

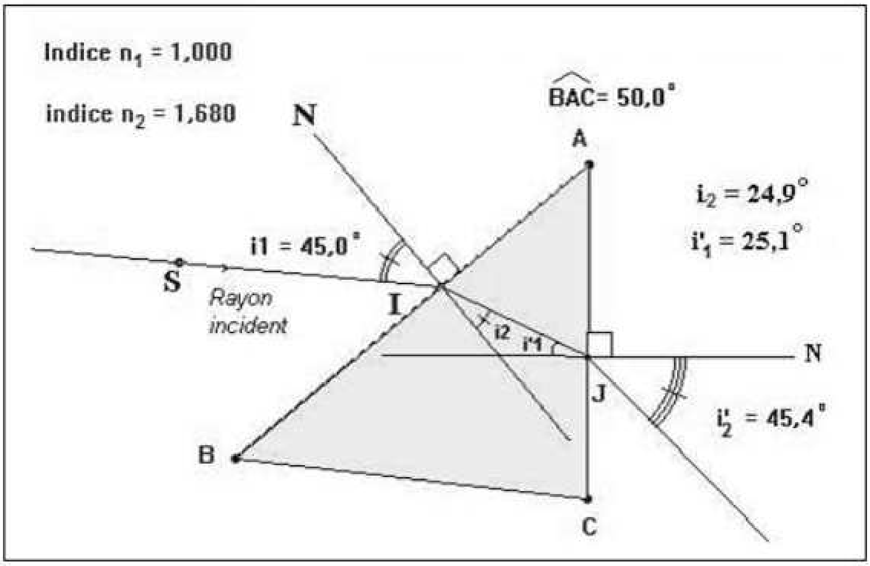
3- A partir de la courbe $\ell = f(1/a)$ donnée sur la figure 2, déterminer la valeur de la longueur d'onde λ en m puis en nm.

4- Montrer que l'approximation fait sur l'angle θ est exacte. (θ *est petit*)

Exercice 3 :

On dispose d'étudier les conditions de dispersion de la lumière blanche par un prisme pour lequel la réfraction est 1,680 à 470 nm (radiation bleue) et 1,596 nm (radiation rouge).

Les notations adaptées pour les angles sont données sur le schéma ci-après.



On envoie sur une face du prisme d'angle $\hat{A} = 50°$ un mince faisceau de lumière blanche d'indice $i_1 = 45\,°$.

1- Calculer l'angle de réfraction i_{2B} pour la radiation bleue puis l'angle de réfraction $i_{2\,R}$ Pour la radiation rouge.

2- Pour les deux radiations, en déduire la déviation due à la première surface de séparation traversée.

3- Dans le cas de la radiation bleue, l'angle d'indice sur la face de sortie du prisme, i'_1 vérifie la relation : $\hat{A} = i_2 + i'_1$. En déduire la valeur numérique de i'_1 pour chaque radiation étudiée.

4- Quels sont les valeurs des angles de sortie du prisme i'_{2B} et i'_{1R}pour chaque radiation.

5- Calculer la déviation D subie par le pinceau incident à sa sortie du prisme en fonction de i_1 , i'_2 et A.

En déduire les déviations subies respectivement par la lumière bleue et par la lumière rouge.

Correction

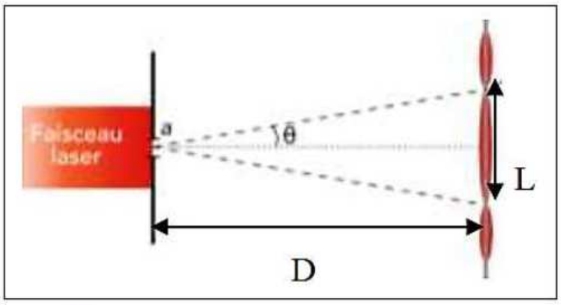
Exercice 1 :

1- Relation caractéristique de la diffraction :

$\boldsymbol{\theta = \frac{\lambda}{a}}$ avec θ l'écart angulaire et a la dimension de l'obstacle.

2- Relation exprimant L en fonction de λ, D et a :

Voir schéma :



Pour les petits angles on a : $\boldsymbol{tan\theta \approx \theta}$

D'après le schéma : $\boldsymbol{tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}}$

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\lambda}{a} \\ \theta = \dfrac{L}{2D} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow L = \frac{2\lambda D}{a}$$

3- comment varie L en fonction de a :

Dans la relation $L = \frac{2\lambda D}{a}$ on constate que L est inversement au diamètre a du fil.

Donc plus a est petit plus le largueur de la tache centrale est grande (diffraction est plus intense).

4- Calcul de la longueur d'onde λ :

$$\frac{\lambda}{a}=\frac{L}{2D}\Longrightarrow\lambda=\frac{a.L}{2D}$$

$$\lambda=\frac{1,10.10^{-2}\times 0,180.10^{-3}}{2\times 2,00}=4,95.10^{-7}m$$

$$\lambda=495\ nm$$

5- Calcul de l'écart relatif :

$$r=\frac{|\lambda_{mesuré}-\lambda_{théoorique}|}{\lambda_{théoorique}}=\frac{|495-480|}{480}=0,031=3,1\%$$

L'erreur provient d'un manque de précision lors de la mesure de L et D.

Pour une meilleur précision il réaliser plusieurs mesures et traiter les résultats d'une manière graphique pour calculer λ.

Exercice 2 :

1- condition de phénomène de diffraction :

Le phénomène de diffraction est observé si la longueur d'onde λ est du même ordre de grandeur que la largeur de la fente a.

2- Démontrons la relation $\ell=(2\times\lambda\times D)\times\frac{1}{a}$. :

D'après la figure 1 on a : $tan\theta=\frac{\frac{\ell}{2}}{D}=\frac{\ell}{2D}$

$$\left.\begin{array}{l}\theta=\frac{\lambda}{a}\\ \theta=\frac{\ell}{2D}\end{array}\right.\Longrightarrow\frac{\ell}{2D}=\frac{\lambda}{a}\Rightarrow\ \ell=(2\times\lambda\times D)\times\frac{1}{a}$$

3- La courbe $\ell=f(1/a)$ est une fonction linéaire. La droite doit passer par l'origine.

Le coefficient directeur de la droite est $k=2\times\lambda\times D$

Graphiquement, $k = \frac{\Delta \ell}{\Delta(\frac{1}{a})} = \frac{11{,}5\ mm}{6{,}0\ mm^{-1}} = 1,9\ mm^2 = 1,9.10^{-6}\ m^2$

$$k = 2 \times \lambda \times D \implies \lambda = \frac{k}{2D} = \frac{1,9.10^{-6}}{2 \times 1,50} = 6,3.10^{-7}m = 6,3.10^{-7} \times 10^{9}nm$$

$$\lambda = 630\ nm$$

4- Montrons que θ est petit :

On calcule la valeur de θ pour la valeur de a la plus petite (soit $1/a$ la plus grande) :

$\theta = \frac{\lambda}{a} = 640 \times 10^{-9} \times (10 \times 10^{3}) = 6,4 \times 10^{-3}\ rad$ soit $\theta = 0,37\ °$ qui bien un angle faible.

Exercice 3 :

1- Angle de réfraction i_{2B} pour la radiation bleue puis l'angle de réfraction $i_{2\,R}$ pour la radiation rouge :

-- Angle de réfraction i_{2B} pour la radiation bleue :

On applique la deuxième loi de Descartes au point I :

$$n_1.sini_{1B} = n_{2B}.sini_{2B}$$

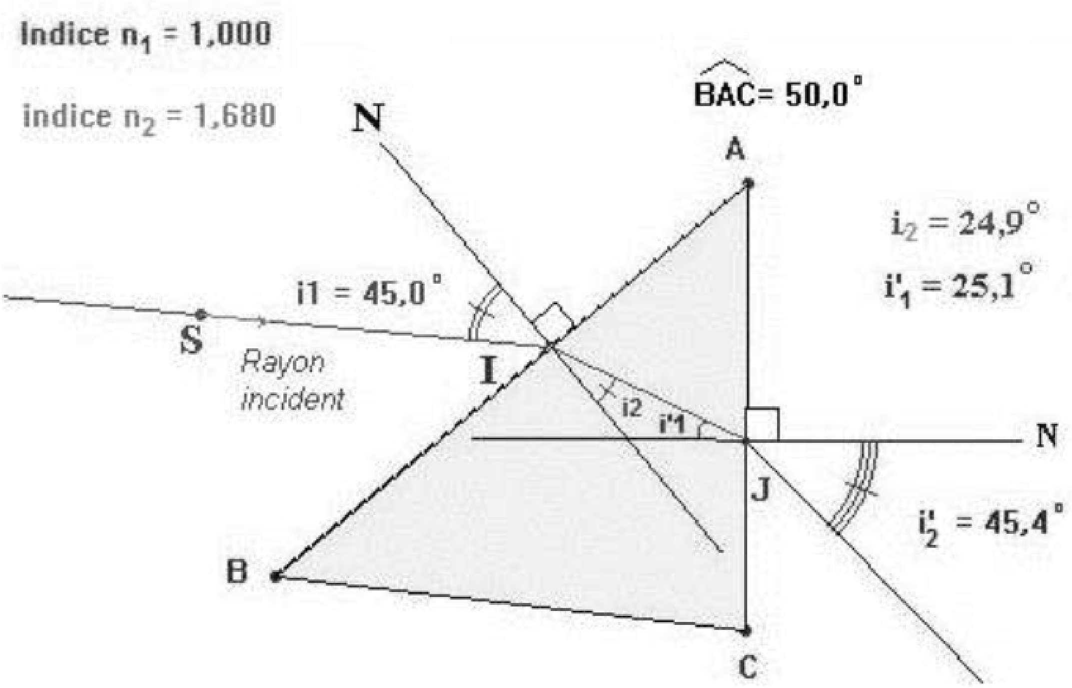
$$sini_{2B} = \frac{n_1}{n_{2B}}.sini_{1B}$$

$$i_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_{2B}}.sini_{1B}\right)$$

$$i_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{1}{1,680} \times sin45,0\right)$$

$$i_{2B} \approx 24,9°$$

$$i_{2B} \approx 25°$$



- Angle de réfraction $i_{2\,R}$ pour la radiation rouge :

De la même façon on trouve :

$$n_1 sin i_{1R} = n_{2R} sin i_{2R}$$

$$i_{2R} = sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_{2R}}.sin i_{1R}\right)$$

$$i_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{1}{1,596} \times sin45,0\right)$$

$$i_{2B} \approx 26,3°$$

2- Déviation due à la première surface de séparation traversée :

-Pour la radiation bleue :

$$D_B = i_{1B} - i_{2B}$$
$$D_B = 45 - 25$$
$$D_B \approx 20°$$

-Pour la radiation rouge :

$$D_R = i_{1R} - i_{2R}$$
$$D_R = 45 - 26$$
$$D_R \approx 19°$$

3- Valeur numérique de i'_1 pour chaque radiation étudiée :

-Pour la radiation bleue :

$$\hat{A} = i_{2B} + i'_{1B} \quad \Longrightarrow i'_{1B} \; = \hat{A} - i_{2B}$$
$$i'_{1B} = 50 - 25$$
$$i'_{1B} \approx 25°$$

-Pour la radiation rouge :

$$\boldsymbol{\hat{A} = i_{2R} + i'_{1R} \quad \Longrightarrow i'_{1R} \; = \hat{A} - i_{2R}}$$
$$\boldsymbol{i'_{1R} = 50 - 26}$$
$$\boldsymbol{i'_{1B} \approx 24°}$$

4- Valeurs des angles de sortie du prisme i'_{2B} et i'_{1R}pour chaque radiation :

-Pour la radiation bleue :

On applique la deuxième loi de Descartes au point J :

$$\boldsymbol{n_1 . sini'_{1B} = n_{2B} . sini'_{2B}}$$
$$\boldsymbol{sini'_{2B} = \frac{n_{2B}}{n_1} . sini'_{1B}}$$

$$\boldsymbol{i'_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{n_{2B}}{n_1} . sini'_{1B}\right)}$$
$$\boldsymbol{i'_{2B} = sin^{-1}\left(\frac{1,680}{1,00} \times sin25,1\right)}$$
$$\boldsymbol{i_{2B} \approx 45,5°}$$
$$\boldsymbol{i_{2B} \approx 45°}$$

-Pour la radiation rouge :

On applique la deuxième loi de Descartes au point J :

$$\boldsymbol{n_1 . sini'_{1R} = n_{2R} . sini'_{2R}}$$
$$\boldsymbol{i'_{2R} = sin^{-1}\left(\frac{n_{2B}}{n_1} . sini'_{1R}\right)}$$
$$\boldsymbol{i'_{2R} = sin^{-1}\left(\frac{1,596}{1,00} \times sin23,7\right)}$$
$$\boldsymbol{i_{2B} \approx 39,9°}$$
$$\boldsymbol{i_{2B} \approx 40°}$$

5- Déviations subies respectivement par la lumière bleue et par la lumière rouge :

-Déviation subie par le pinceau incident bleue :

$$D_B = i_{1B} + i'_{2B} - A$$
$$D_B = 45 + 45 - 50$$
$$D_B \approx 40°$$

-Déviation subie par le pinceau incident rouge :

$$D_R = i_{1R} + i'_{2R} - A$$
$$D_B = 45 + 40 - 50$$
$$D_B \approx 35°$$

-La lumière bleue est plus déviée que la lumière rouge.