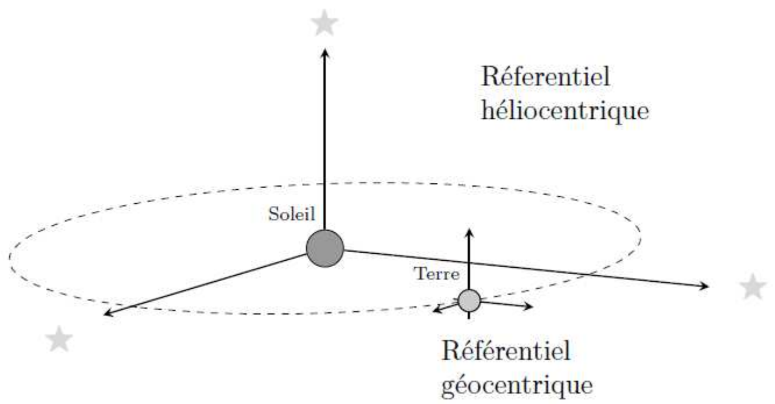
Professeur	Bahloul Khalid (+212) 622-17-65-52
Chapitre	Mouvement des satellites et des planètes (l'essentiel du cours + applications)
Niveaux	Bac français / 1ère et 2ème Bac International SM

Référentiel héliocentrique et géocentrique

Le repère héliocentrique : Un repère dont l'origine est confondue avec le centre d'inertie du système solaire, c'est-à-dire le centre du soleil, ses trois axes sont dirigés vers 3 étoiles fixes.

Le repère géocentrique : Un repère dont l'origine est confondue avec le centre d'inertie de la terre, ses trois axes dont deux sont dans le plan de l'équateur dirigés vers 2 étoiles fixes, et le troisième est dirigé vers l'étoile polaire.

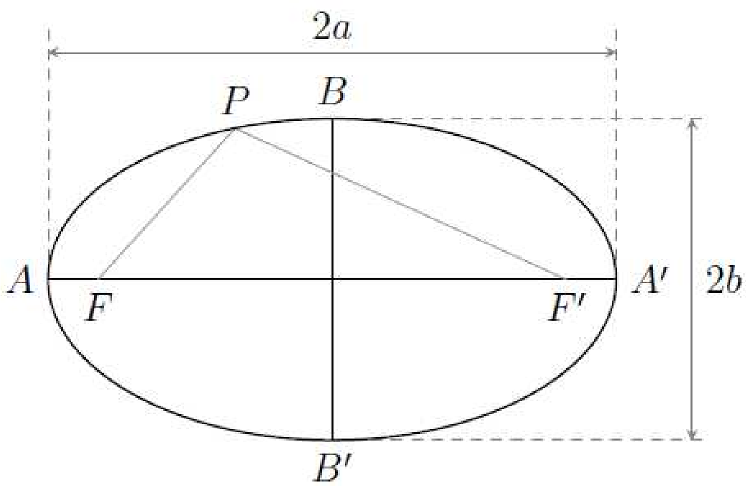


Le repère géocentrique constitue avec le repère temporel le référentiel géocentrique, il est utilisé pour décrire le mouvement des satellites autour de la terre, il est en mouvement autour de l'origine du repère héliocentrique, sa période est 365,25 jours

L'ellipse mathématiquement

Une ellipse de foyers F et F', est le lieu de l'ensemble des points P, tel que :

$$\boxed{PF + PF' = 2a}$$

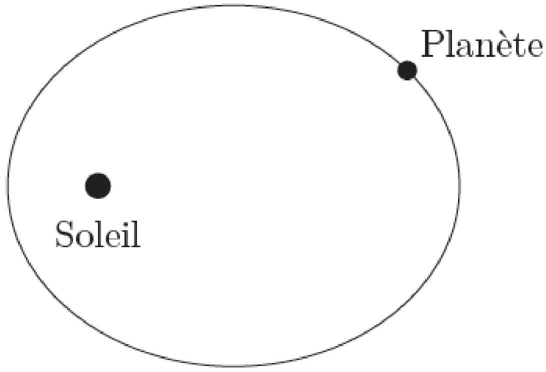


[AA'] représente le grand axe de l'ellipse il mesure 2a, et le segment [BB'] représente le petit axe il mesure 2b.

Les lois de Kepler

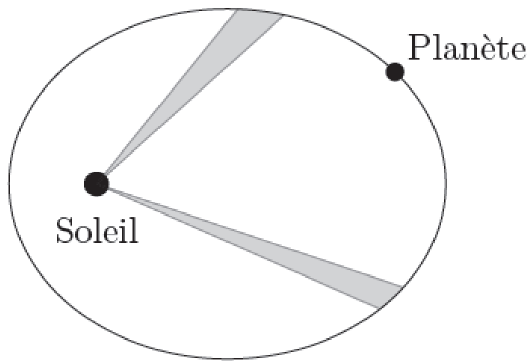
Loi des orbites (1ère loi)

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le soleil est l'un de ses foyers.



Loi des aires (2ème loi)

Le segment de la droite reliant le soleil à une planète balaie des aires égales pendant des durées égales.



Loi des périodes (3ème loi)

Pour toute planète du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est constant

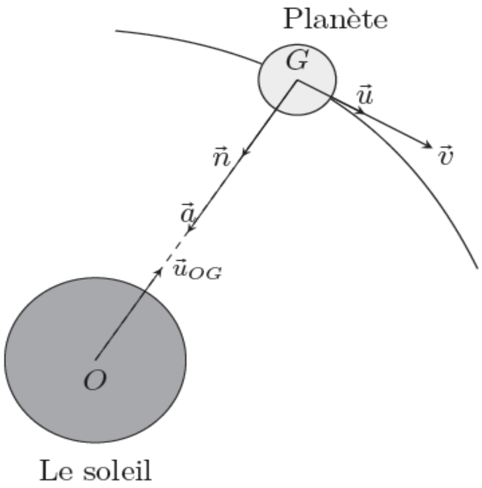
$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = C^{te}}$$

L'étude du mouvement d'une planète autour du soleil

La planète de masse m_p, est soumise qu'à la force d'attraction appliquée par le soleil. D'après la 2ème loi de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad -G\frac{M_s m_p}{r^2}\vec{u}_{OG} = m_p\vec{a}$$

Le signe moins est ajouté car on a choisit un vecteur unitaire porté par la direction de l'accélération et dirigé vers la planète



$$\vec{a} = a_t\vec{u} + a_n\vec{n} \qquad G\frac{M_s}{r^2}\vec{n} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

D'après la loi de gravitation universelle la force est portée par l'axe joignant les deux centres des deux corps, donc

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM_s}{r^2} \qquad v = \sqrt{\frac{GM_s}{r}}$$

Le mouvement est circulaire uniforme

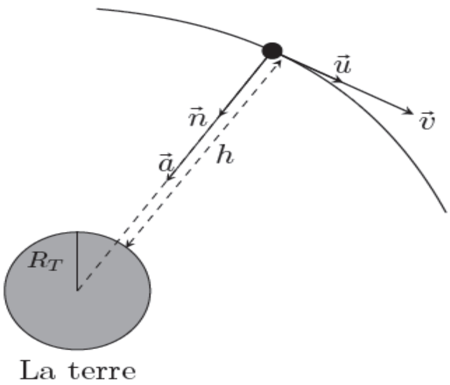
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_s}{r}}} \qquad T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM_s}{r}}$$

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}}$$

D'où la constance du rapport T^2/r^3 d'après la loi de Kepler.

Mouvement d'un satellite en orbite

La seule force appliquée sur le satellite de masse m_S et d'altitude h, est celle d'attraction :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{F}_{T/S} = G\frac{m_S M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n} \qquad m_S\vec{a} = G\frac{m_S M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}}$$

$$\vec{a} = a_t\vec{u} + a_n\vec{n} \Longleftrightarrow \vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

$$\vec{a} = 0.\vec{u} + \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}$$

Expression de l'intensité de pesanteur

$$\vec{P} = \vec{F} \Longleftrightarrow \vec{g} = \vec{a} \qquad \vec{g} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$$

$$\boxed{g = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}}$$

Expression de g à la hauteur h

$$\boxed{g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}}$$

Expression de g au sol

$$\boxed{g = \frac{v^2}{R_T+h}}$$

g en fonction de la vitesse

Applications

Exercice1

Le tableau ci-dessous regroupe les demi-grands axes *a* et les périodes de révolution *T* de quelques satellites d'Uranus.

Satellite	Ariel	Umbriel	Titania	Obéron
a (en km)	193 020	266 300		
T (en j)	2,52		8,71	13,46

- À l'aide de la troisième loi de Kepler, déterminer les données manquantes.

Solution

Satellite	Ariel	Umbriel	Titania	Obéron
a (en km)	193 020	266 300	$4{,}41 \times 10^5$	$5{,}90 \times 10^5$
T (en j)	2,52	4,08	8,71	13,46

$T^2/a^3 = 4\pi^2/GM$; $M = 4\pi^2 a^3/GT^2$

Exercice 2

Le demi-grand axe de l'orbite de la Terre autour du Soleil vaut 1 ua (unité astronomique).

a. Quelle serait, en années, la période de révolution d'une planète située sur une orbite de demi-grand axe égal à 4 ua ?

b. Quelle serait, en ua, la valeur du demi-grand axe de l'orbite d'une planète de période de révolution égale à 27 ans ?

Solution

Avec la période T en années et le demi-grand axe a en ua, comme, pour la Terre, ces deux grandeurs valent 1, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ vaut 1 pour tous les satellites du Soleil.

a. Si $a = 4$ ua, alors $T^2 = 4^3$ donc $T = 2^3 = 8$ années.

b. Si $T = 27$ ans, alors $a^3 = 27^2$ donc $a = 3^2 = 9$ ua.

Exercice 3

Les satellites géostationnaires sont en orbite circulaire à $h_{gs} = 3{,}58 \times 10^4$ km au-dessus de l'équateur.

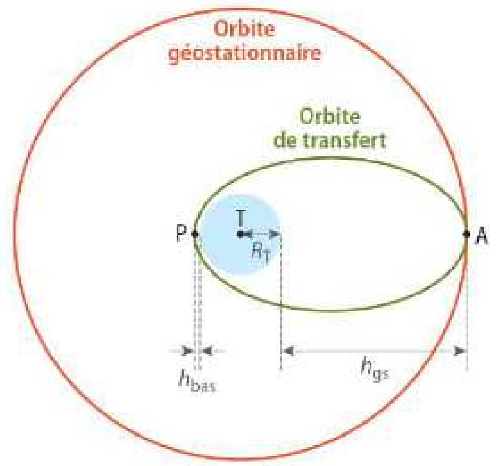
1. Ces satellites sont mis en orbite par étapes.

Une possibilité consiste à amener le satellite en orbite basse, à $h_{bas} = 200$ km au-dessus du sol et à le placer sur une orbite de transfert dont l'apogée est sur l'orbite géostationnaire et le périgée à l'endroit où le satellite se sépare du lanceur sur l'orbite basse.

a. Faire un schéma représentant la Terre, son centre T, l'orbite géostationnaire, l'orbite de transfert, son apogée A, son périgée P, les distances h_{gs}, h_{bas} et le rayon terrestre R_T.
b. En déduire la valeur du demi-grand axe a de l'orbite de transfert.

c. Un satellite géostationnaire a une période de révolution $T_{sid} = 86\ 164$ s. À l'aide de la troisième loi de Kepler, déterminer la période T_{trans} de révolution du satellite sur son orbite de transfert.
d. Déterminer la durée minimale passée par le satellite sur son orbite de transfert.
2. Lorsqu'un satellite géostationnaire a terminé sa mission, il doit être dirigé vers une orbite cimetière à 300 km environ au-dessus de l'orbite géostationnaire.
Déterminer la période de révolution d'un tel déchet.

Solution



b. Le demi-grand axe de l'orbite de transfert est :

$$a = \frac{2R_T + h_{bas} + h_{gs}}{2} = 2{,}44 \times 10^4 \text{ km}$$

c. D'après la troisième loi de Kepler, $\dfrac{T_{sid}{}^2}{(R_T + h_{gs})^3} = \dfrac{T_{trans}{}^2}{a^3}$

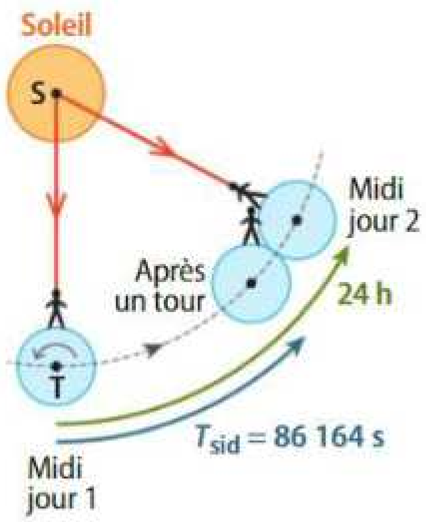
d'où l'on déduit $T_{trans} = T_{sid}\sqrt{\dfrac{a^3}{(R_T + h_{gs})^3}} = 3{,}79 \times 10^4$ s.

d. Le satellite passe au minimum une demi-période sur son orbite de transfert, soit $1{,}89 \times 10^4$ s, soit 5,26 h.
2. L'orbite cimetière est à l'altitude $h_{cim} = h_{gs} + 300$ km.
La période de révolution d'un déchet sur l'orbite cimetière est donc :

$$T_{cim} = T_{sid}\sqrt{\frac{(R_T + h_{cim})^3}{(R_T + h_{gs})^3}} = 8{,}71 \times 10^4 \text{ s}$$

Exercice 4

Le décompte du temps est basé sur le jour solaire (durée entre deux passages du Soleil à son zénith), découpé en 24 heures identiques, chacune découpée en 60 minutes, etc. Comme le montre le schéma ci-contre, le jour sidéral, durée mise par la Terre pour faire un tour sur elle-même, n'est pas identique au jour solaire car la Terre se déplace autour du Soleil.



a. Calculer le jour solaire T_{sol} en secondes.

b. En un an, soit 365 jours solaires, combien la Terre fait-elle de tours sur elle-même ?

c. En déduire que le jour sidéral vaut $T_{sid} = 86\ 164$ s. L'exprimer en heures, minutes, secondes.

Solution

a. $T_{sol} = 24 \times 60 \times 60 = 86\ 400$ s

b. En un jour solaire, la Terre fait un peu plus d'un tour sur elle-même. Au bout de 365 jours solaires, elle aura donc fait 366 tours sur elle-même.

c. On en déduit que $365 T_{sol} = 366 T_{sid}$

d'où $T_{sid} = \dfrac{365 \times 86\ 400}{366} = 86\ 164$ s $= 23$ h 56 min 4 s.